

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

pour obtenir

le grade de Docteur ès Sciences Physiques

par

Monsieur FEAUTRIER Paul

1^{re} THÈSE

THÉORIE DES CLASSIFICATIONS STELLAIRES

2^e THÈSE

Propositions données par la Faculté

PROCESSUS COLLISIONNELS HYDROGÈNE-ÉLECTRONS

Soutenues le 26 janvier 1968 devant la Commission d'examen

Président : M. SCHATZMAN

Examineurs : MM. ARSAC, PECKER, VAN REGEMORTER

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

pour obtenir

le grade de Docteur ès Sciences Physiques

par

Monsieur FEAUTRIER Paul

1^{re} THÈSE

THÉORIE DES CLASSIFICATIONS STELLAIRES

2^e THÈSE

Propositions données par la Faculté

PROCESSUS COLLISIONNELS HYDROGÈNE-ÉLECTRONS

Soutenues le 26 janvier 1968 devant la Commission d'examen

Président : M. SCHATZMAN

Examineurs : MM. ARSAC, PECKER, VAN REGEMORTER



THÉORIE DES CLASSIFICATIONS STELLAIRES

II. — Étude des écarts à l'équilibre thermodynamique local dans le continu

par P. FEAUTRIER,

Observatoire de Paris-Meudon.

RÉSUMÉ. — Une nouvelle méthode pour la résolution numérique de l'équation de transfert est appliquée à la construction de modèles d'atmosphères stellaires en équilibre radiatif et hydrostatique avec écarts à l'équilibre thermodynamique local (ETL).

On construit tout d'abord deux modèles d'atmosphères de la série principale de température effective relativement élevée. Les écarts à l'ETL sont calculés pour les dix premiers niveaux de l'hydrogène neutre. Le spectre continu visible est peu modifié ; par contre, ces modèles prédisent une remontée de température dans les couches superficielles.

On construit également un modèle solaire où l'on tient compte des écarts à l'ETL pour l'ion négatif hydrogène. On obtient un plateau de température très voisin de celui indiqué par le plus récent modèle empirique (Bilderberg Continuum Atmosphere).

ABSTRACT. — A new numerical method for solving the transfer equation is applied to the construction of model stellar atmospheres in radiative and hydrostatic equilibrium, but not in local thermodynamic equilibrium (LTE).

The first two models are for rather hot main sequence atmospheres and allow for departure from LTE in the first ten levels of neutral hydrogen. The visible continuous spectrum is not modified very much by these departures ; however, the models predict a temperature rise in the outer layers of the atmosphere.

Another model has a solar effective temperature and gravity. It allows for departure from LTE for the negative hydrogen ion. It predicts a temperature plateau in striking similarity with the Bilderberg Continuum Atmosphere one.

1. INTRODUCTION

Dans un travail récent [FEAUTRIER, 1967], nous avons montré comment on pouvait construire des modèles d'atmosphère stellaire, à condition d'adopter les hypothèses de travail suivantes :

— l'atmosphère est constituée de couches planes parallèles d'étendue latérale infinie, immobiles ;

— l'atmosphère est suffisamment dense et opaque pour que la population des niveaux atomiques soit sensiblement donnée par les lois valables à l'équilibre thermodynamique. En conséquence, l'émissivité du milieu est réglée par la loi de Kirchhoff ;

— enfin, les raies spectrales sont suffisamment rares ou suffisamment faibles pour ne pas influencer sensiblement le transfert de l'énergie radiative dans l'atmosphère.

Chacune de ces hypothèses permet de simplifier la résolution du problème :

— la première permet d'éviter la résolution des équations de l'hydrodynamique, remplacées par l'équation de l'équilibre hydrostatique, beaucoup plus simple ;

— la deuxième hypothèse permet d'éviter la résolution des équations d'équilibre statistique, remplacées par les lois de Boltzmann et Saha ;

— la troisième hypothèse permet d'éviter le calcul détaillé des très nombreuses raies spectrales, diminuant ainsi le nombre de longueurs d'ondes nécessaires pour représenter convenablement le champ de rayonnement.

De toute évidence, chacune de ces hypothèses doit être vérifiée, la meilleure méthode pour cela étant de remplacer chacune d'entre elles par des hypothèses

plus réalistes et de comparer les résultats obtenus à ceux de la théorie simplifiée.

L'objet de ce travail est d'étudier la validité de la deuxième hypothèse et, pour cela, de calculer les écarts à l'équilibre thermodynamique local (ETL) et leur influence sur le spectre continu.

Le deuxième paragraphe énonce les équations fondamentales du problème à résoudre ; les notations employées sont celles de FEAUTRIER [1967] pour ce qui concerne le transfert du rayonnement, et celles de CUNY [1967] en ce qui concerne les équations de l'équilibre statistique.

Le troisième paragraphe résume les recherches déjà effectuées sur ce sujet et indique la méthode de résolution employée dans ce travail. Cette méthode est très voisine de celle employée précédemment pour le calcul des modèles en ETL.

Le quatrième paragraphe étudie la stabilité de la méthode de résolution de l'équation de transfert.

Le cinquième paragraphe regroupe les résultats numériques et les conclusions de ce travail.

Il ne nous a été possible de calculer qu'un nombre restreint de modèles. Une exploration systématique du diagramme de Hertzsprung-Russel doit, à notre avis, attendre des progrès sur les valeurs des sections efficaces de collision même dans le cas de l'hydrogène ; d'autre part, le calcul des écarts à l'ETL au voisinage de la surface ne peut se faire sans tenir compte des raies, c'est-à-dire sans lever l'hypothèse 3.

Nous avons donc construit 4 modèles qui nous ont paru représentatifs des difficultés rencontrées. Ces modèles sont d'ailleurs, établis dans les mêmes conditions de température et de gravité que ceux calculés par MIHALAS [1968].

NOTATIONS

$\alpha_{ijk}(v)$	coefficient d'absorption du niveau k de l'ion (i,j) à la fréquence v ;
b_{ijk}	coefficient d'écart à l'ETL du niveau k de l'ion (i,j) ;
$\beta_{ij}(v,T)$	coefficient d'absorption libre-libre de l'ion (i,j) à la fréquence v , à la température T , pour une pression électronique égale à 1 ;
$B(v,T)$	fonction de Planck, $\frac{2hv^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1}$;
c_i	concentration de l'espèce chimique i ;
c_{ij}	concentration de l'ion (i,j) ;
c_{ijk}	concentration de l'ion (i,j) dans son k ème niveau ;
c_e	concentration des électrons ;
$C_{k'k}$	probabilité de transition par collision du niveau k' au niveau k ;
c	vitesse de la lumière ;

Γ_{ijk}	$\partial b_{ijk}^{-1} / \partial P_{ijk}$;
Δ_{ijk}	$b_{ijk}^{-1} - \Gamma_{ijk} P_{ijk}$;
E_{ijk}	énergie d'excitation du k ème niveau de l'ion (i,j) ;
g_{ijk}	poids statistique du k ème niveau de l'ion (i,j) ;
g	accélération de la pesanteur ;
h	constante de Planck ;
$I(z,\mu,v)$	intensité spécifique du rayonnement ;
$J(z,v)$	intensité moyenne du rayonnement : $\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(z,\mu,v) d\mu$;
$j_1(z,v)$	somme des termes indépendants de la probabilité de photoionisation dans l'expression du coefficient d'émission ;
k	constante de Boltzman ;
$\kappa(z,v)$	coefficient d'absorption pure ;
$\kappa_{ijk}(z,v)$	coefficient d'absorption du niveau k de l'ion (i,j) ;
$\chi(z,v)$	coefficient total d'absorption et de diffusion ;
μ	$\cos \theta$, où θ est l'angle du rayon lumineux et de la verticale ascendante ;
m_e	masse de l'électron ;
v	fréquence ;
$P_{kk'}$	probabilité de photo-excitation du niveau k au niveau k' ;
P_k	probabilité de photo-ionisation à partir du niveau k ;
P_e	pression électronique ;
$p(z)$	pression totale ;
$p(v,v',z)$	fonction de réémission ;
$R_{kk'}$	probabilité de désexcitation radiative du niveau k sur le niveau k' ;
Rs_k	probabilité de recombinaison spontanée sur le niveau k ;
Ri_k	probabilité de recombinaison induite sur le niveau k ;
$\rho(z)$	masse spécifique ;
$S(z,v), S(\tau,v)$	fonction source ;
$\sigma(z)$	coefficient de diffusion des électrons libres ;
$S_{ijk}(z,v)$	fonction source partielle d'une transition ;
$s_{ijk}(z,v)$	fonction source réduite ;
T	température ;
$\bar{\tau}$	profondeur optique moyenne de Rosseland ;
$U_{ij}(T)$	fonction de partition ;
U_{ij}^*	fonction de partition hors ETL ;
W_{ij}	énergie de dissociation de l'ion (i,j) ;

x_i	abondance de l'élément i ;
$y(z, \mu, \nu)$	$= \frac{I(z, \mu, \nu) + I(z, -\mu, \nu)}{2}$;
z	profondeur géométrique.

2. FORMULES FONDAMENTALES

2.1. Transfert du rayonnement.

Avec les notations classiques, l'équation de transfert s'écrit [FEAUTRIER, 1967] :

$$\mu \frac{dI(z, \mu, \nu)}{dz} = \chi(z, \nu) [I(z, \mu, \nu) - S(z, \nu)]. \quad (\text{II.1})$$

Ses conditions aux limites sont :

$$I(-\infty, \mu, \nu) = 0, \quad \mu < 0, \quad (\text{II.2})$$

$$I(z, \mu, \nu) e^{-\int_0^z \chi(z', \nu) \frac{dz'}{\mu}} \rightarrow 0 \text{ si } z \rightarrow \infty, \mu > 0. \quad (\text{II.3})$$

Le calcul du coefficient d'absorption et celui de la fonction source nécessitent le calcul préalable des populations des niveaux atomiques.

2.2. Calcul des populations.

Nous notons c_{ijk} le nombre de particules de l'espèce i , ionisée j fois, excitées sur le k ème niveau d'énergie E_{ijk} , par centimètre cube. Nous poserons également :

$$c_{ij} = \sum_k c_{ijk},$$

$$c_i = \sum_j c_{ij},$$

$$x_i = \frac{c_i}{\sum_{i'} c_{i'}};$$

x_i est l'abondance en nombre de l'élément i .

Lorsque l'on a ETL, les c_{ijk} s'obtiennent en combinant les lois de Saha et Boltzmann :

$$c_{ijk} = \frac{g_{ijk} e^{-E_{ijk}/kT}}{2 U_{ij+1}(T)} c_e c_{ij+1} \frac{h^3}{(2\pi m_e kT)^{3/2}} e^{W_{ij}/kT}.$$

Lorsque les conditions de l'ETL ne sont plus vérifiées, nous introduisons les coefficients d'écart à l'ETL [voir CUNY, 1967] par la formule :

$$c_{ijk} = b_{ijk} \frac{g_{ijk} e^{-E_{ijk}/kT}}{2 U_{ij+1}(T)} c_e c_{ij+1} \frac{h^3}{(2\pi m_e kT)^{3/2}} e^{W_{ij}/kT}.$$

Pour obtenir les b_{ijk} pour un ion donné (i et j fixés), on écrit que la population du niveau k de cet ion ne varie pas avec le temps. On doit pour cela introduire les diverses probabilités de transition :

$$P_k = 4\pi g_{ijk} e^{(W_{ij} - E_{ijk})/kT} \int_0^\infty J(z, \nu) \alpha_{ijk}(\nu) \frac{d\nu}{h\nu}, \quad (\text{II.4})$$

$$R_k = R_{S_k} + R_{i_k},$$

$$R_{S_k} = 4\pi g_{ijk} e^{(W_{ij} - E_{ijk})/kT} \int_0^\infty \alpha_{ijk}(\nu) \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT} \frac{d\nu}{h\nu}, \quad (\text{II.5})$$

$$R_{i_k} = 4\pi g_{ijk} e^{(W_{ij} - E_{ijk})/kT} \int_0^\infty \alpha_{ijk}(\nu) J(z, \nu) e^{-h\nu/kT} \frac{d\nu}{h\nu}. \quad (\text{II.6})$$

P_k est proportionnel à la probabilité de photoionisation du niveau k ; R_k est proportionnel à la probabilité de recombinaison spontanée et induite sur le niveau k .

On introduit de même C_k , proportionnel à la probabilité d'ionisation par collision, $C_{kk''}$ proportionnel à la probabilité de transition par collision du niveau k vers le niveau k'' , $P_{kk''}$ et $R_{kk''}$ respectivement proportionnels à la probabilité d'excitation et de désexcitation radiative du niveau k vers le niveau k'' .

On obtient alors l'équation d'équilibre statistique :

$$\begin{aligned} - \sum_{k'} b_{k'} (C_{k'k} + P_{kk'}) + b_k (C_k + P_k + \sum_{k'} C_{k'k} + \sum_{k''} C_{kk''}) \\ + \sum_{k'} R_{kk'} + \sum_{k''} P_{kk''} - \sum_{k''} b_{k''} (C_{kk''} + R_{kk''}) = C_k + R_k. \end{aligned} \quad (\text{II.7}) \quad (k' < k < k'')$$

Pour plus de détails sur l'établissement de ces équations et le calcul des différents termes, on consultera CUNY [1967].

Lorsque les différents termes entrant dans l'équation d'équilibre (II.7) sont connus, c'est-à-dire en particulier quand on connaît l'intensité moyenne du rayonnement J_ν , l'ensemble des équations d'équilibre (II.7) écrites pour tous les niveaux de l'atome forme un système infini d'équations linéaires. En pratique, on sait que, quand l'énergie du niveau E_{ijk} tend vers l'énergie d'ionisation W_{ij} , les termes C_k deviennent prépondérants, ce qui implique que $b_k \rightarrow 1$. On peut donc limiter le système d'équations à un nombre peu élevé de niveaux.

Les b_{ijk} une fois calculés, les populations s'évaluent comme dans le cas où l'ETL est réalisé. L'équation de Saha s'écrit maintenant :

$$\frac{c_{ij}}{c_{ij+1} c_e} = \frac{U_{ij}^*}{2 U_{ij+1}(T)} \frac{h^3}{(2\pi m_e kT)^{3/2}} e^{W_{ij}/kT}$$

U_{ij}^* est la fonction de partition hors ETL :

$$U_{ij}^* = \sum_k b_{ijk} g_{ijk} e^{-E_{ijk}/kT}.$$

2.3. Coefficient d'absorption et fonction source.

Les b_{ijk} une fois calculés, on obtient pour le coefficient d'absorption :

$$\begin{aligned} \chi(z, \nu) = \sum_{ijk} c_{ijk} \alpha_{ijk}(\nu) (1 - e^{-h\nu/kT}) \\ + c_{ij+1} P_e \beta_{ij}(\nu, T) (1 - e^{-h\nu/kT}) + \sigma(z), \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

et pour la fonction source :

$$\chi(z, \nu) S(z, \nu) = \sum_{ijk} \frac{c_{ijk}}{b_{ijk}} \alpha_{ijk}(\nu) \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT} + \sum_{ij} c_{ij+1} p_e \beta_{ij}(\nu, T) \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT} + \sigma(z) J(z, \nu).$$

Le coefficient d'émission χS peut se mettre sous la forme suivante :

$$\chi(z, \nu) S(z, \nu) = \sum_{ijk} c_{ijk} \alpha_{ijk}(\nu) \left(1 - \frac{e^{-h\nu/kT}}{b_{ijk}} \right) S_{ijk}(z, \nu) + \sigma(z) J(z, \nu) + \sum_{ij} c_{ij+1} p_e \beta_{ij}(\nu, T) (1 - e^{-h\nu/kT}) B(\nu, T). \quad (II.9)$$

La quantité S_{ijk} est la fonction source de la transition liée-libre de niveau inférieur (ijk). Son expression est (CUNY [1967]) :

$$S_{ijk}(\nu, T) = \frac{1}{b_{ijk}} \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (II.10)$$

2.4. Équilibre radiatif.

La loi de température devra être telle que la condition d'équilibre radiatif soit satisfaite :

$$\int_0^\infty \chi(z, \nu) [J(z, \nu) - S(z, \nu)] d\nu = 0. \quad (II.11)$$

2.5. Équilibre hydrostatique.

La variation de la pression avec la profondeur est donnée par :

$$\frac{1}{\rho(z)} \frac{dp}{dz} = g - \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \chi(z, \nu) \int_{-1}^{+1} (z, \mu, \nu) d\mu d\nu, \quad (II.12)$$

avec la condition initiale :

$$p(-\infty) = 0.$$

3. MÉTHODES DE RÉOLUTION

Comme pour le cas où l'ETL est admis, le problème à résoudre se ramène au calcul de la solution d'un système intégral-différentiel avec conditions aux limites. En effet, pour une valeur donnée de l'intensité lumineuse et de la pression et pour une certaine valeur de la température, les équations (II.4), (II.5), (II.6) permettent de calculer les termes de recombinaison et de dissociation radiatives. Des équations analogues permettent d'évaluer les termes de photo-excitation, et la mécanique quantique permet en principe d'évaluer les termes collisionnels en fonction de la température et de la pression. On peut alors obtenir les b_{ijk} en résolvant le système des équations d'équilibre statistique (II.7), (II.8) et (II.9) permettent alors d'évaluer le coefficient d'absorption et la fonc-

tion source. En général, les valeurs obtenues ne satisferont pas à la condition d'équilibre radiatif (II.10), mais il est possible d'ajuster la température de façon à y parvenir. A ce moment, l'équation de transfert (II.1) et l'équation d'équilibre hydrostatique (II.11) permettent de calculer les dérivées $\frac{dI}{dz}$

et $\frac{dp}{dz}$.

Une des premières méthodes de résolution employée [LECAR, 1962 et 1965] procède par itération. Les b_{ijk} se déduisent de la valeur à l'itération précédente de l'intensité et de la température. I est ensuite recalculé par résolution de l'équation de transfert. La température est enfin corrigée en fonction des écarts à l'équilibre radiatif.

L'expérience a montré que les approximations successives ainsi obtenues convergent très lentement. Ce phénomène se retrouve chaque fois que l'on tente de résoudre par itération un problème de transfert comportant des régions spectrales à grand coefficient d'absorption (continu de Lyman et raies) [voir par exemple PECKER, 1950, et DUMONT, 1963]. On doit en effet se souvenir que les équations d'équilibre du problème s'obtiennent en écrivant les équations d'évolution temporelle de l'atmosphère :

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \text{Energie absorbée} - \text{Energie émise},$$

$$\frac{\partial b_k}{\partial t} = \text{Processus peuplant le niveau } k$$

$$- \text{Processus depopulant le niveau } k,$$

et en annulant les dérivées temporelles. Or, on peut voir qu'une méthode de résolution itérative appliquée à T et à b_k des corrections proportionnelles à $\frac{\partial T}{\partial t}$

et $\frac{\partial b_k}{\partial t}$, et sont donc approximativement équivalentes

à une intégration pas à pas des équations d'évolution. (L'équivalence serait exacte si le coefficient de proportionnalité était constant, ce qui n'est pas le cas en général).

En une itération, l'effet d'une perturbation de T ou de b_k sur $I(z, \mu, \nu)$ se propage sur une distance inversement proportionnelle au coefficient d'absorption $\chi(z, \nu)$. La constante de temps du système dynamique correspondant, qui peut être prise comme égale au temps de propagation d'une perturbation du point considéré à la surface de l'atmosphère, est donc proportionnelle au coefficient d'absorption, et l'atmosphère dans son ensemble doit être considérée comme un système à un grand nombre de degrés de liberté à constantes de temps très différentes.

Pour obtenir l'état d'équilibre comme limite de l'évolution temporelle du système, nous devons attendre un temps grand devant la plus grande

constante de temps du système, et cependant le pas d'intégration doit être petit devant la plus petite constante de temps (cette condition est d'ailleurs automatiquement satisfaite dans les méthodes itératives classiques). Le nombre d'itérations avant convergence est de l'ordre du rapport de la plus grande à la plus petite constante de temps, donc du rapport du plus grand au plus petit coefficient d'absorption, et ce nombre peut varier entre 10^2 et 10^5 pour une atmosphère d'étoile de la séquence principale.

Une simplification importante a été apportée par KALKOFEN [1964] qui montre que lorsque la profondeur optique au centre d'une raie est grande, il y a bilan détaillé pour la transition considérée :

$$b_k P_{kk''} = b_{k''} R_{kk''} \quad (\text{III.1})$$

Les termes correspondants s'éliminent des équations d'équilibre statistique (II.7) et il n'est plus nécessaire de résoudre le problème du transfert dans les raies.

On peut voir que cette simplification est une *méthode asymptotique*, en ce qu'elle remplace la solution exacte du problème par le terme constant d'un développement en puissance de $\frac{1}{\chi}$. KALKOFEN [1966] et MIHALAS [1966] estiment que l'hypothèse (III.1) est vérifiée pour les raies de Balmer et de Lyman à partir de profondeur optique continue de l'ordre de 10^{-3} ; il en résulte que le spectre continu est peu affecté par les régions où l'équation (II.1) n'est pas vérifiée. Nous admettrons également cette hypothèse dans la suite de ce travail.

Dans ce cadre, STROM et KALKOFEN [1966], KALKOFEN et STROM [1966] et MIHALAS [1967] ont calculé des modèles par itération. Tous ces auteurs utilisent la méthode de Avrett et Krook pour corriger la température de façon à obtenir un flux constant. STROM et KALKOFEN [1966] calculent les écarts à l'ETL pour les trois premiers niveaux de l'hydrogène, et négligent les termes $C_{kk''}$ de collision. Ceci conduit à des spectres très différents de ceux des modèles en ETL. D'autres calculs des mêmes auteurs [KALKOFEN et STROM, 1966] où les $C_{kk''}$ sont conservés donnent des différences nettement moins marquées.

Enfin, MIHALAS [1966] calcule les écarts à l'ETL pour les dix premiers niveaux de l'atome d'hydrogène, et montre que la convergence de l'itération est encore lente quand l'opacité du continuum de Lyman est grande, c'est-à-dire dans la région des étoiles B5.

Dans le présent travail, nous avons adopté la méthode qui nous a permis [FEAUTRIER, 1967] de construire des modèles en ETL. Les principales différences entre les deux travaux sont :

— une linéarisation différente de la fonction source qui a pour but de refléter le couplage entre le champ du rayonnement et la fonction source due aux écarts à l'ETL ;

— une nouvelle méthode pour résoudre par rapport à la température l'équation d'équilibre radiatif (II.11) qui améliore la convergence du procédé.

Lorsque les équations du système sont linéarisées, on peut obtenir sa position d'équilibre directement sans avoir à suivre son évolution temporelle jusqu'à stabilisation. Une itération est cependant nécessaire, puisque la linéarisation introduit une erreur ; cette itération converge d'autant plus rapidement que la différence entre la fonction source linéarisée et la fonction source exacte est plus faible, donc que la linéarisation est plus réaliste.

Yvette Cuny a montré que la quantité $\frac{1}{b_{ijk}}$ est une fonction linéaire du terme de photoionisation correspondant P_{ijk} :

$$\frac{1}{b_{ijk}} = \Gamma_{ijk} P_{ijk} + \Delta_{ijk}$$

les coefficients Γ_{ijk} et Δ_{ijk} se calculent en résolvant le système des équations d'équilibre statistique pour deux valeurs différentes de P_{ijk} [CUNY, 1967].

Pour chaque problème, nous pouvons séparer les niveaux dominés par les photoionisations et les niveaux dominés par les collisions. Pour ces derniers, il est suffisant d'itérer sur la valeur des b_{ijk} comme l'ont fait les auteurs précédents. C'est, par exemple, le cas des niveaux excités de l'hydrogène. Nous obtenons ainsi pour le coefficient d'émission :

$$\begin{aligned} \chi(z, \nu) S(z, \nu) = & \sum' c_{ijk} \alpha_{ijk}(\nu) \left(1 - \frac{e^{-h\nu/kT}}{b_{ijk}} \right) S_{ijk}(\nu, T) \\ & + \sigma(z) J(z, \nu) + \sum'' c_{ijk} \alpha_{ijk}(\nu) \left(1 - \frac{e^{-h\nu/kT}}{b_{ijk}} \right) \times \\ & \times \left(\Gamma_{ijk} P_{ijk} + \Delta_{ijk} \right) \times \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - \frac{1}{b_{ijk}}} \\ & + \sum_{ij} c_{ij+1} p_e \beta_{ij}(\nu, T) (1 - e^{-h\nu/kT}) B(\nu, T). \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

$\sum'$ désigne la sommation sur les niveaux dominés par les collisions ;

$\sum''$ désigne la sommation sur les niveaux dominés par les photoionisations.

Pour faciliter l'écriture des formules qui vont suivre, on introduit les notations suivantes :

$$\begin{aligned} j_1(z, \nu) = & \sum' c_{ijk} \alpha_{ijk}(\nu) \left(1 - \frac{e^{-h\nu/kT}}{b_{ijk}} \right) S_{ijk}(\nu, T) \\ & + \sum'' c_{ijk} \alpha_{ijk}(\nu) \left(1 - \frac{e^{-h\nu/kT}}{b_{ijk}} \right) \Delta_{ijk} \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - \frac{1}{b_{ijk}}} \\ & + \sum_{ij} c_{ij+1} p_e \beta_{ij}(\nu, T) (1 - e^{-h\nu/kT}) B(\nu, T) \end{aligned}$$

$$s_{ijk}(z, \nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \frac{b_{ijk}}{b_{ijk}} \quad (III.3)$$

$$\kappa_{ijk}(z, \nu) = c_{ijk} \alpha_{ijk}(\nu) \left(1 - \frac{e^{-h\nu/kT}}{b_{ijk}} \right).$$

Alors la condition d'équilibre radiatif s'écrit, après élimination du terme de diffusion des électrons libres :

$$\int_0^\infty \kappa(z, \nu) J(z, \nu) d\nu = \int_0^\infty j_1(z, \nu) d\nu + \sum'' \int_0^\infty \kappa_{ijk}(z, \nu) s_{ijk}(z, \nu) d\nu \Gamma_{ijk} P_{ijk}, \quad (III.4)$$

et ceci conduit, selon la démarche déjà utilisée dans FEAUTRIER [1967], à la linéarisation :

$$\kappa(z, \nu) S(z, \nu) = \sum'' \kappa_{ijk}(z, \nu) s_{ijk}(z, \nu) \Gamma_{ijk} P_{ijk} + \frac{j_1(z, \nu)}{\int_0^\infty j_1(z, \nu'') d\nu''} \times \left\{ \int_0^\infty \kappa(z, \nu') J(z, \nu') d\nu' - \sum'' \Gamma_{ijk} P_{ijk} \int_0^\infty \kappa_{ijk}(z, \nu'') s_{ijk}(z, \nu'') d\nu'' \right\}. \quad (III.5)$$

Ce résultat peut se comparer à la forme du coefficient d'émission proposée dans FEAUTRIER [1964] :

$$\kappa(z, \nu) S(z, \nu) = \int_0^\infty p(\nu, \nu', z) J(z, \nu') d\nu'. \quad (III.6)$$

On retrouve pour la fonction de réémission :

$$p(\nu, \nu', z) = \sum'' \kappa_{ijk}(z, \nu) s_{ijk}(z, \nu) \Gamma_{ijk} \frac{4\pi}{h\nu'} \alpha_{ijk}(\nu') e^{(W_{ij} - E_{ijk})/kT} g_{ijk} + \frac{j_1(z, \nu)}{\int_0^\infty j_1(z, \nu'') d\nu''} \times \left\{ \kappa(z, \nu') - \sum'' \Gamma_{ijk} \int_0^\infty \kappa_{ijk}(z, \nu'') s_{ijk}(z, \nu'') d\nu'' \right. \\ \left. \times \frac{4\pi}{h\nu'} \alpha_{ijk}(\nu') e^{(W_{ij} - E_{ijk})/kT} g_{ijk} \right\}. \quad (III.7)$$

Cette représentation approchée de la fonction source peut se justifier de la façon suivante :

a) l'introduction des termes de photoionisation est suggérée par la formule :

$$S = \frac{\int \phi_\nu J_\nu d\nu + \varepsilon B}{1 + \varepsilon},$$

qui permet de calculer la fonction source d'une raie pour un atome à deux niveaux. Dans ce cas, les quantités ε et B ne dépendent que de $\bar{\nu}$, ϕ_ν est le profil du coefficient d'absorption. Pour la définition de ces quantités, on se reportera, par exemple, à THOMAS [1957]. Dans notre cas, plus général, il n'en

est plus ainsi, mais la variation des quantités Δ_{ijk} et Γ_{ijk} au cours des itérations est suffisamment faible pour ne pas gêner la convergence.

b) La fonction source approchée (III.5) satisfait, quelque soit J_ν , à la condition de constance du flux. Cependant, la fonction source réelle satisfait à cette condition par ajustement de la température, alors que la fonction source (III.5) y satisfait par ajustement du coefficient du terme $j_1(z, \nu)$. Ce terme est en général très voisin de $B(\nu, T)$ (l'exception est le voisinage immédiat de la surface).

Si l'équilibre radiatif nécessite, pour être maintenu, une variation de température ΔT , on peut dire que la fonction source réelle passe de $B(\nu, T)$ à $B(\nu, T + \Delta T)$ alors que la fonction source approchée passe de

$$B(\nu, T) \text{ à } \frac{(T + \Delta T)^4}{T^4} B(\nu, T).$$

L'erreur ainsi commise, dont l'intégrale sur tout le spectre est nulle, s'annule en un point de fréquence compris entre les maxima de $B(\nu, T)$ et $B(\nu, T + \Delta T)$. Cette erreur reste donc faible au voisinage du maximum de $B(\nu, T + \Delta T)$, région qui est évidemment la plus importante pour le calcul du spectre.

Il est bien visible que la pression p ne peut être évaluée que de façon itérative. Son calcul nécessite en effet la connaissance de la température et celle des b_{ijk} . Pour « boucler » l'itération, il faut donc, à partir d'une approximation pour $J(z, \nu)$ calculer une nouvelle valeur de T et des b_{ijk} .

Dans FEAUTRIER [1967], on obtenait une nouvelle valeur de la température par résolution de la condition de l'équilibre radiatif :

$$\int_0^\infty \chi(z, \nu) (J(z, \nu) - S(z, \nu)) d\nu = 0.$$

Rappelons que la fonction J se déduit du calcul des quantités $y(z, \mu, \nu)$. Étant donné une subdivision de l'atmosphère en couches, ces quantités satisfont la version discrétisée de l'équation de transfert :

$$\mu^2 \{a_\nu y_\nu(\bar{\tau}_{k+1}) - (a_\nu + b_\nu) y_\nu(\bar{\tau}_k) + b_\nu y_\nu(\bar{\tau}_{k-1})\} = y_\nu(\bar{\tau}_k) - S_\nu(\bar{\tau}_k). \quad (III.8)$$

Mais elles ne satisfont plus à ces équations si la température est modifiée. Il est donc naturel, pour améliorer la convergence des itérations, de remplacer dans (II.11) la quantité J par la valeur qui peut se déduire de la résolution de (III.7) :

$$y(\bar{\tau}_k) = \frac{S_\nu(\bar{\tau}_k) + \mu^2 (a_\nu y_\nu(\bar{\tau}_{k+1}) + b_\nu y_\nu(\bar{\tau}_{k-1}))}{1 + \mu^2 (a_\nu + b_\nu)}, \quad (III.9)$$

où les valeurs de $y_\nu(\bar{\tau}_{k+1})$ et de $y_\nu(\bar{\tau}_{k-1})$ sont celles obtenues lors de l'itération précédente.

De même, c'est la valeur (III.9) de $y_\nu(\bar{\tau}_k)$ qui est utilisée pour la résolution du système des équations de l'équilibre statistique, et ce sont les nouvelles valeurs des b_{ijk} ainsi obtenues qui servent, itérativement, au calcul des termes a_ν , b_ν et S_ν dans (III.9).

Le calcul d'une solution complètement self-consistante des équations (III.9), (II.11) et (II.7) est en pratique assez laborieux. On y parvient par application successive (et non simultanée) de la méthode de la fausse position aux équations (II.7) correspondant aux niveaux dominés par photoionisation, puis à l'équation (II.11) qui détermine la température.

L'expérience a montré que cette méthode de correction de la température converge beaucoup plus vite que la méthode employée par FEAUTRIER [1967] en particulier parce qu'elle tient compte naturellement de la relation $J(z,v)=S(z,v)$, approximativement valable à grande profondeur et dans les régions opaques.

Lorsque le point de départ de l'itération est un modèle pas trop éloigné de la solution définitive, la première itération suffit pour fixer la température à un ou deux pour cent près. La température n'a plus ensuite aucune tendance à osciller au cours des itérations.

La convergence des b_{ijk} est moins rapide et est oscillante.

4. ÉTUDE DE LA STABILITÉ DE LA MÉTHODE

Les premiers essais de résolutions ont confirmé la remarque déjà faite dans FEAUTRIER [1967], page 132, que des pas trop petits au voisinage de la surface conduisent à des instabilités numériques. Comme un calcul précis du continuum de Lyman nécessite de tels pas, nous avons dû étudier de près la stabilité de notre procédé. La discussion de l'équation (III.6) est très complexe. Nous avons, suivant WACHPRESS [1960], étudié l'équation plus simple :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 0, \quad (IV.1)$$

avec les conditions initiales

$$\frac{dy}{dx} = y \text{ pour } x = 0,$$

$$y = 1 \text{ pour } x = 1,$$

dont la solution exacte est évidemment :

$$y = \frac{1}{2}(x+1).$$

Lorsque l'on tente de résoudre (IV.1) numériquement par la méthode qui nous a servi dans ce travail, on observe les mêmes instabilités que dans la résolution du problème complet.

Soit $\{x_i\}$ ($i=0,n$) une subdivision de l'intervalle $[0,1]$:

$$x_0 = 0,$$

$$x_n = 1.$$

Si nous notons $y_i = y(x_i)$,

(IV.1) est approximativement représenté par :

$$a_i y_{i+1} - (a_i + b_i) y_i + b_i y_{i-1} = 0, \quad (i = 1, n)$$

avec :

$$a_i = \frac{2}{(x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} - x_{i-1})}, \quad (IV.2)$$

$$b_i = \frac{2}{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_{i-1})},$$

la première condition initiale étant approximativement

$$\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = y_0. \quad (IV.3)$$

Au cours de la résolution de ce système, nous introduisons r_i défini par

$$y_{i-1} = r_i y_i \quad (i = 1, n).$$

Alors (IV.3) donne la condition initiale :

$$r_1 = \frac{1}{1 + x_1}, \quad (IV.4)$$

et (IV.2) la relation de récurrence

$$r_{i+1} = \frac{a_i}{a_i + b_i - b_i r_i}. \quad (IV.5)$$

Lorsque x_1 est très petit, r_1 est très voisin de 1. Il est donc naturel de poser

$$s_i = 1 - r_i.$$

Les deux quantités r_i et s_i permettent de résoudre le problème de façon mathématiquement équivalente. La condition initiale pour s_1 est

$$s_1 = \frac{x_1}{1 + x_1}, \quad (IV.6)$$

et la relation de récurrence est :

$$s_{i+1} = \frac{b_i s_i}{a_i + b_i s_i}. \quad (IV.7)$$

Tant que s_i est beaucoup plus petit que 1, on a approximativement :

$$s_{i+1} = \frac{b_i}{a_i} s_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{x_i - x_{i-1}} s_i. \quad (IV.8)$$

En général, $\frac{b_i}{a_i}$ est une quantité plus grande que 1.

Si les deux procédés ci-dessus sont mathématiquement équivalents, ils ne le sont pas numériquement. En effet, si s_1 est connu avec un nombre fini de chiffres significatifs, $1 - r_1 = s_1$ est connu avec le même nombre de chiffres significatifs, et comme s_1 peut être très petit, l'erreur relative sur s_1 peut être très grande.

Soit Δr_i l'erreur absolue sur r_i , Δs_i l'erreur absolue sur s_i .

La différenciation de (IV.5) donne l'équation de propagation de l'erreur [WACHPRESS, 1960] :

$$\Delta r_{i+1} = \frac{b_i}{a_i} r_{i+1}^2 \Delta r_i.$$

Si i est encore suffisamment petit pour avoir approximativement $r_i \simeq 1$ et si la subdivision (x_i) est choisie « logarithmique » :

$$x_i = \omega^{i-n}, \quad i = 1, n, \quad \omega > 1,$$

alors

$$\frac{b_i}{a_i} = \omega,$$

$$\Delta r_{i+1} \simeq \omega \Delta r_i,$$

$$\Delta r_i = \omega^{i-1} \Delta r_1 = \frac{x_i}{x_1} \Delta r_1.$$

Si $\Delta r_1 \simeq 10^{-8} r_1$ (calcul en « simple précision » sur ordinateur IBM 7040), comme r_1 est très voisin de 1, x_1 ne peut être inférieur à 10^{-4} — 10^{-5} si on veut conserver une précision raisonnable. Si au contraire, on représente r_1 par $1 - s_1$ avec $\Delta s_1 = \Delta r_1 = 10^{-8} s_1$, comme l'on a $s_1 \simeq x_1$, on trouve :

$$\Delta r_i = \frac{x_i}{x_1} 10^{-8} x_1 = x_i 10^{-8}$$

et la précision ne dépend plus de x_1 .

Le tableau I donne les valeurs obtenues au cours de la résolution de (IV.1) pour les deux procédés indiqués, pour la subdivision

$$x_0 = 0,$$

$$x_i = (7,2)^{i-7}, \quad (i = 1, 7).$$

Dans le cas général, si nous reprenons les notations

de FEAUTRIER [1967], l'équation de récurrence pour R_i est :

$$R_{i+1} = (B_i - C_i R_i)^{-1} A_i.$$

On en déduit l'équation de récurrence pour :

$$S_i = 1 - R_i,$$

$$S_{i+1} = (B_i - C_i + C_i S_i)^{-1} (B_i - A_i - C_i + C_i S_i).$$

Les matrices $B_i - C_i$ et $B_i - (A_i + C_i)$ peuvent se calculer algébriquement.

Le calcul de S_{i+1} à partir de S_i nécessite un produit matriciel que ne comporte pas le calcul de R_{i+1} à partir de R_i (les matrices A_i et C_i sont diagonales). Il est avantageux de n'effectuer ce calcul que pour les termes de la diagonale principale de S_{i+1} (les autres étant simplement l'opposé du terme correspondant de R_{i+1}) et seulement si ce terme est suffisamment voisin de 0.

5. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Nous avons calculé les quatre modèles suivants :

- a) $T_e = 25\,000^\circ \text{ K}$ $g = 10^4$
- b) $T_e = 15\,000^\circ \text{ K}$ $g = 10^4$
- c) $T_e = 5\,875^\circ \text{ K}$ $g = 2,74 \cdot 10^4$ (modèle solaire)
- d) $T_e = 5\,875^\circ \text{ K}$ $g = 10^2$ (supergéante).

On peut faire sur ces modèles les remarques suivantes :

Modèle a) : la variation de la température et celle du coefficient d'écart à l'ETL du niveau fondamental de l'hydrogène pour ce modèle sont reproduits

TABLEAU I

x	y_e	y_r	y_s
1,006 10^{-6}	0,50000050	0,50189337	0,50000022
7,238 10^{-6}	0,50000361	0,50189648	0,50000334
5,204 10^{-5}	0,50002502	0,50191880	0,50002575
3,742 10^{-4}	0,50018709	0,50207926	0,50018682
2,690 10^{-3}	0,50134519	0,50323298	0,50134493
1,934 10^{-2}	0,50967190	0,51152818	0,50967166
1,390 10^{-1}	0,56954102	0,57117065	0,56954081
1	1,00000000	1,00000000	1,00000000

Ce tableau donne 3 solutions de l'équation différentielle $y'' = 0$ satisfaisant aux conditions initiales : $y' = y$ pour $x = 0$ et $y = 1$ pour $x = 1$.

y_e désigne la solution exacte : $y = \frac{1}{2}(x+1)$;

y_r désigne la solution approchée évaluée à l'aide de la formule de récurrence (IV.5) ;

y_s désigne la solution approchée évaluée à l'aide de la formule de récurrence (IV.7).

TABLEAU II

Modèle	D	$\varnothing_b$	$\varnothing_{uv}$
a) NETL..... ETL.....	0,135 0,116	0,389 0,523	0,777 0,764
b) NETL..... ETL.....	0,297 0,304	0,564 0,653	1,084 1,051
c) NETL..... ETL.....	0,082 0,094	1,733 1,715	1,898 1,937
d) NETL..... ETL.....	0,271 0,255	1,517 1,599	1,336 1,361

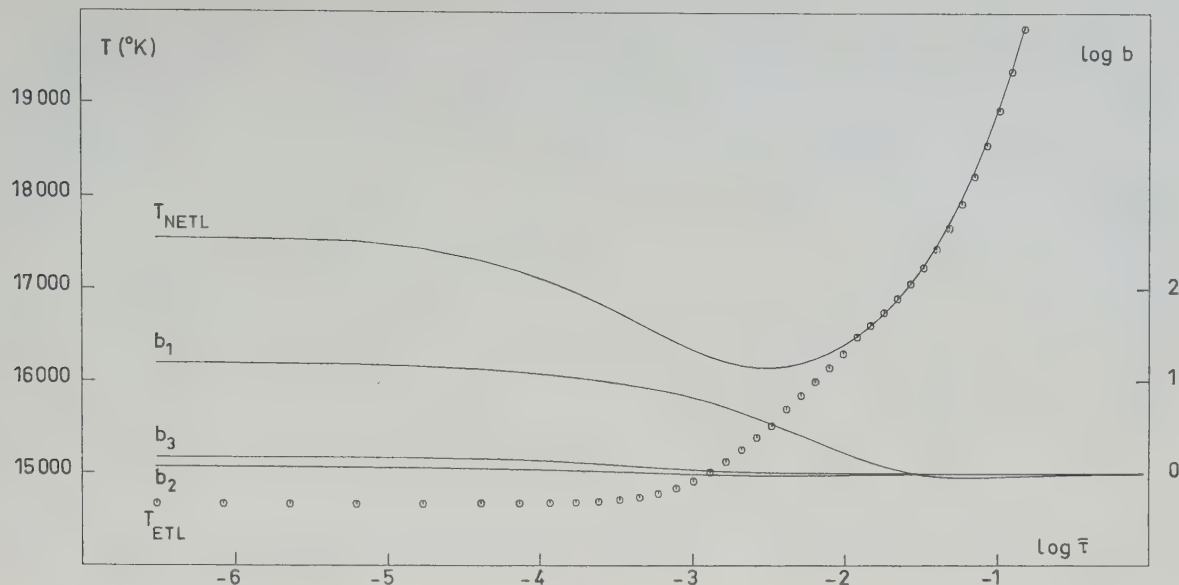


FIG. 1

— 2 modèles pour $T_{\text{eff}} = 25000^\circ\text{K}$, $g = 10^4$.
 ○ ○ ○ ○ Modèle avec écarts à l'ETL ;
 Modèle en ETL ;
 b_1 b_2 b_3 Coefficients d'écarts à l'ETL des 3 premiers niveaux de l'hydrogène.

en figure 1. La profondeur optique utilisée, comme dans toutes les figures de ce travail, est la profondeur moyenne de Rosseland. Le flux intégré pour ce modèle est constant à mieux que $2 \cdot 10^{-3}$ près.

Les critères spectrophotométriques, discontinuité de Balmer, gradient bleu et gradient ultraviolet, sont comparés dans le tableau II aux quantités correspondantes pour un modèle en ETL de même température effective, gravité et composition chimique.

La différence des discontinuités de Balmer est de l'ordre de 0,02 en logarithme. Bien qu'il soit légitime d'admettre une plus grande influence des écarts à l'ETL aux températures effectives élevées, une partie de cet écart doit peut-être être attribuée à l'imprécision des calculs. En effet, il ne nous a pas été possible d'évaluer le spectre de nos modèles hors ETL avec autant de précision que celui de nos modèles ETL, par suite de la longueur des calculs.

Le trait le plus frappant du modèle a) est l'existence d'un minimum de température au voisinage de $\tau = 10^{-3}$, suivi d'une remontée de température vers la surface d'amplitude 1200°K environ. L'existence d'une telle remontée doit modifier appréciablement le spectre des raies fortes de l'atmosphère étudiée.

Modèle b) : Ce modèle présente des analogies avec le modèle précédent. Cependant, les discontinuités de Balmer ETL et hors ETL sont maintenant presque indiscernables ($\Delta D = 0,006$), le minimum de température s'est déplacé vers la surface ($\tau = 10^{-4}$)

l'amplitude de la remontée de température est plus faible (800°K) et l'on voit s'amorcer un « palier » de température entre $\tau = 10^{-3}$ et $\tau = 10^{-2}$.

L'explication de ces phénomènes est relativement simple (1).

En effet, la température est fixée par l'équation :

$$\int_0^\infty \chi(z, \nu) J(z, \nu) d\nu = \int_0^\infty \chi(z, \nu) S(z, \nu) d\nu$$

Or, le membre de droite contient des termes proportionnels à b_1 , coefficient d'écart à l'ETL du niveau fondamental de l'hydrogène, alors que b_1 s'élimine du produit χS au second membre. Lorsque le niveau fondamental de l'hydrogène est surpeuplé à la surface, ce qui est le cas pour les modèles a) et b), le coefficient d'absorption augmente tandis que le coefficient d'émission reste presque constant, et le seul moyen de rétablir l'équilibre est d'augmenter la température. C'est ce mécanisme appliqué à l'ion négatif hydrogène que Cayrel avait proposé pour expliquer le début de la remontée de température dans la basse chromosphère du Soleil [CAYREL, 1963].

Les écarts à l'ETL du fondamental de l'hydrogène n'influencent évidemment que le continu de Lyman.

(1) D. Mihalas (communication privée) me fait remarquer que l'explication ci-dessus ne tient pas compte de la variation de J_ν due à une éventuelle variation du coefficient d'absorption. Si les remarques ci-dessus simplifient donc un peu trop le problème, il ne fait pas de doute cependant que le résultat obtenu est correct ; il est en particulier confirmé par les plus récents résultats de D. Mihalas et L. Auer.

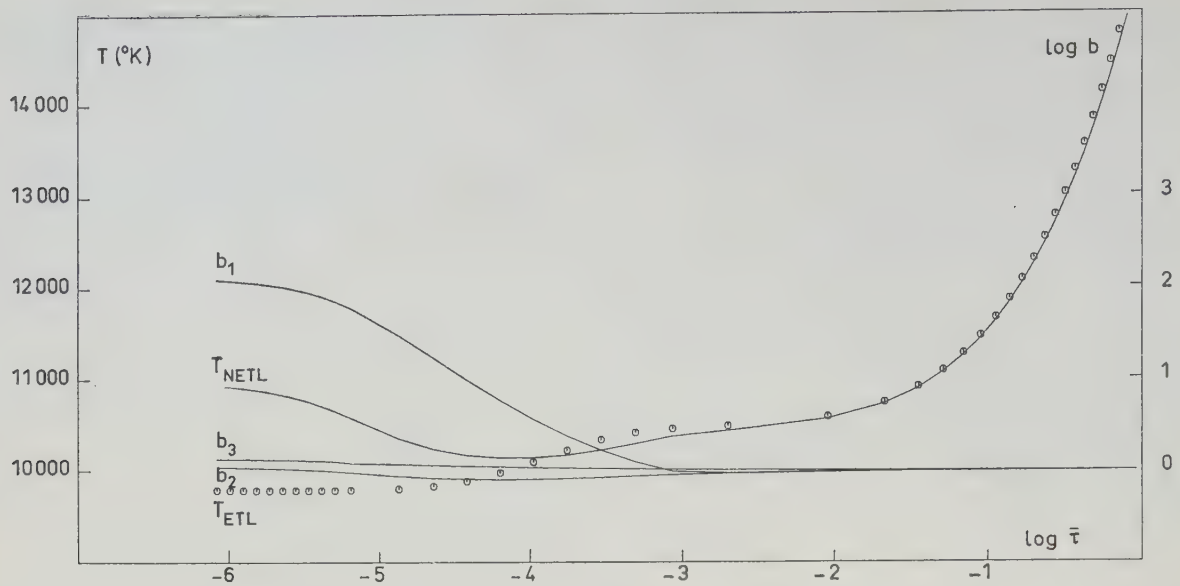


FIG. 2

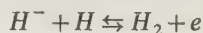
— 2 modèles pour $T_{\text{eff}} = 15\,000\text{ °K}$, $g = 10^4$.
 — Modèle avec écarts à l'ETL ;
 ○ ○ ○ Modèle en ETL ;
 $b_1\ b_2\ b_3$ Coefficients d'écarts à l'ETL des 3 premiers niveaux de l'hydrogène.

Lorsque la température effective décroît, le continu de Lyman représente une part de plus en plus faible de l'énergie rayonnée, la remontée de température nécessaire pour équilibrer la remontée du b_1 devient de plus en plus faible, ainsi que nous le constatons sur les deux modèles a) et b).

Modèle c) : Ce troisième modèle a la température effective, la gravité et la composition chimique du Soleil.

Nous avons d'abord vérifié qu'un modèle en ETL et un modèle tenant compte des écarts à l'ETL pour l'hydrogène neutre donnent les mêmes résultats : la température devient constante et égale à 4680 °K à partir de $\bar{\tau} = 2 \cdot 10^{-3}$.

Nous avons ensuite construit un modèle tenant compte des écarts à l'ETL pour l'ion H^- . Pour cet ion, le processus collisionnel le plus important est la réaction :



(« associative detachment ») ; cette réaction a été récemment étudiée théoriquement par DALGARNO et BROWNE [1967] et expérimentalement par SCHMELTEKOPF *et al.* [1967]. Ces deux groupes donnent des résultats du même ordre de grandeur (à 50 % près) pour le taux de réaction, et les résultats théoriques montrent que le taux de réaction est presque indépendant de la température (voir figure 3). Nous avons, pour effectuer nos calculs, employé un taux

constant de $1,3 \cdot 10^{-9}\text{ cm}^3/\text{s}$ égal à la valeur obtenue par SCHMELTEKOPF *et al.* à 300 °K et représentant également une bonne valeur moyenne des résultats théoriques dans la zone de température qui nous intéresse (2000 °K à $12\,000\text{ °K}$).

Dans ces conditions, le modèle obtenu présente une remontée de température de 500 °K environ à $\tau = 10^{-6}$.

La figure 4 compare ce modèle au modèle BCA [Bilderberg Continuum Atmosphere, de JAGER et GINGERISCH, 1967], qui représente la synthèse des plus récentes observations du Soleil.

L'accord sur la température du minimum (4700 °K au lieu de 4600 °K) et surtout sur la position et l'étendue du plateau (de $\bar{\tau} = 10^{-2}$ à $\bar{\tau} = 10^{-6}$) est frappant.

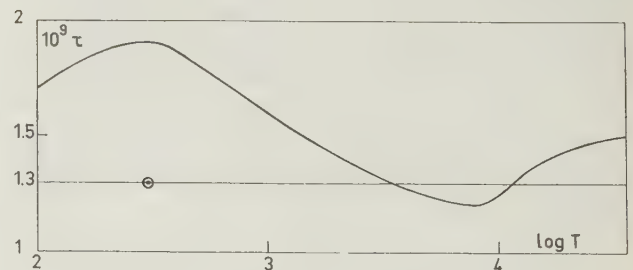


FIG. 3

Taux de formation d'hydrogène moléculaire par la réaction $H^- + H \rightarrow H_2 + e$.
 — Calculs de DALGARNO et BROWNE [1967] ;
 ○ Mesure de SCHMELTEKOPF *et al.*

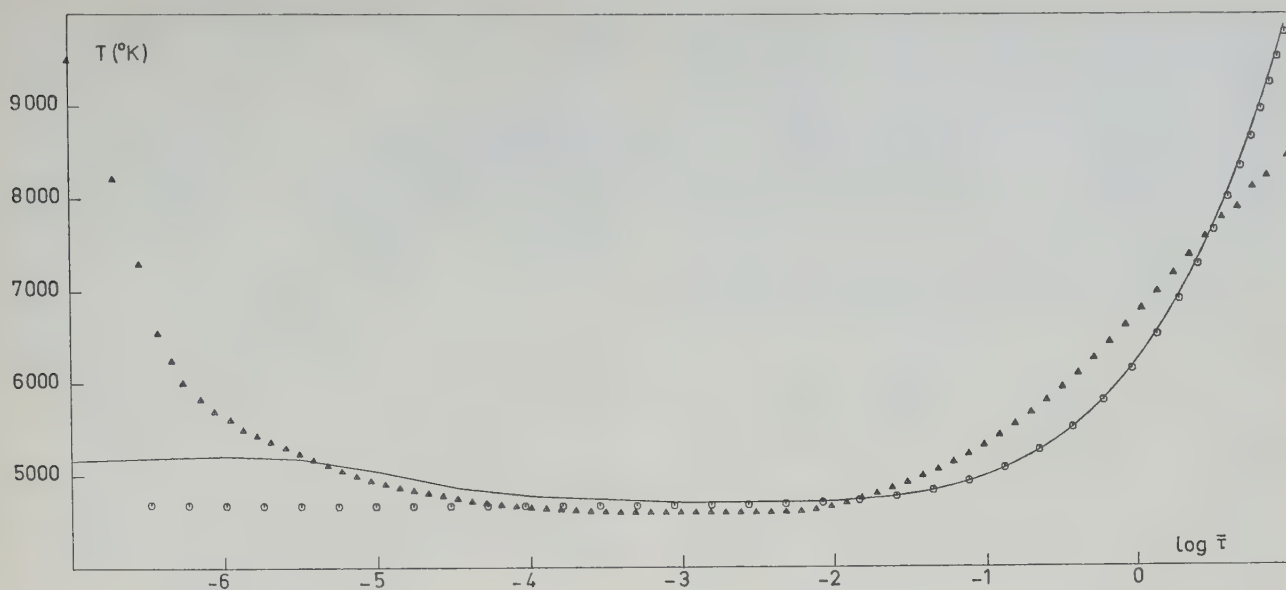


FIG. 4

3 modèles solaires.

- Modèle avec écart à l'ETL pour l'ion H^- ;
 ○ ○ Modèle en ETL ;
 △ △ Modèle empirique (BCA).

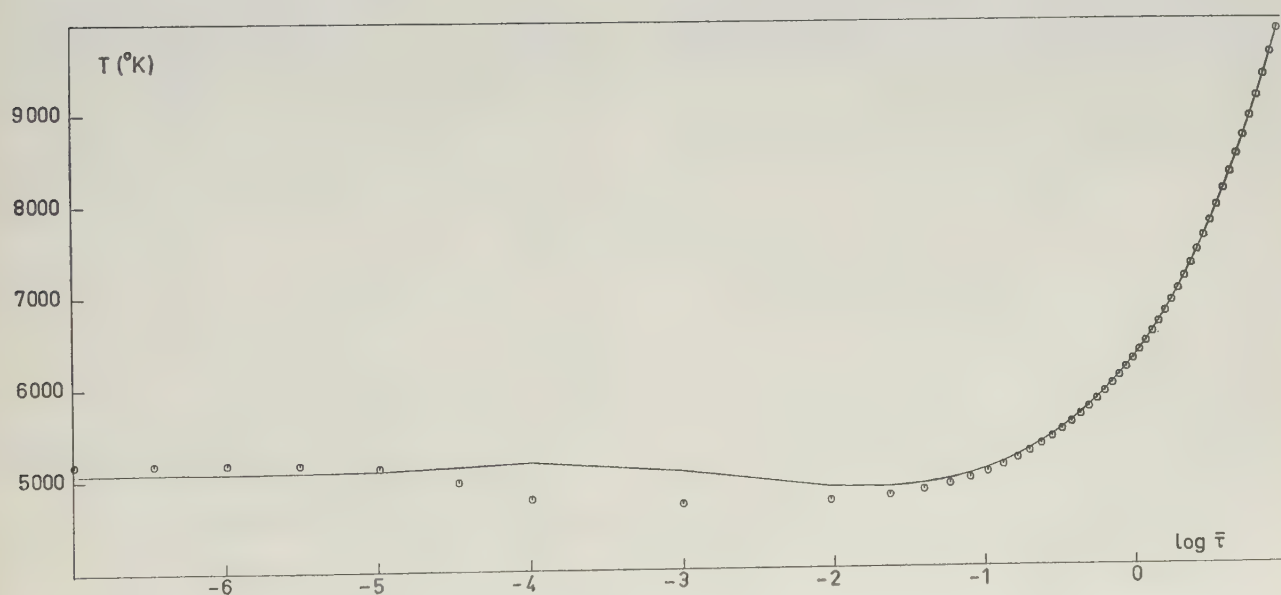


FIG. 5

2 modèles pour une supergéante $T_{\text{eff}} = 5875 \text{ }^\circ\text{K}$, $g = 10^3$.

- Modèle avec écarts à l'ETL pour l'ion H^- ;
 ○ ○ Modèle en ETL.

Cet accord suggère que le champ de rayonnement électromagnétique est, au moins globalement, découplé des autres phénomènes de transport d'énergie dans une zone couvrant la base de la photosphère et la basse chromosphère.

Les phénomènes de dissipation n'interviennent de façon importante que dans la zone superficielle ($\tau < 10^{-7}$), et évidemment dans la zone convective photosphérique.

Les valeurs des discontinuités de Balmer calculées sont peu différentes et bien inférieures à la valeur observée :

$$(D_{\odot} = 0,13 : \text{MINNAERTS [1953] et LABS [1957]}).$$

Comme le fait observer GINGERISCH [1961], cette différence est due à l'effet des raies spectrales « blanketing ».

Modèle d) : Ce modèle conviendrait à une super-géante située au voisinage de la zone des Céphéides ($T_{\text{eff}} = 5875^{\circ}\text{K}$, $g = 10^2$). Bien que les écarts à l'ETL y soient plus élevés que pour le modèle solaire, leur influence sur le continu reste très faible.

Nous pensons, en conclusion, que ce travail doit se poursuivre dans deux directions différentes :

Étude des étoiles 0.

Il est bien connu que l'interprétation du spectre de raies des étoiles 0 est impossible avec les modèles en ETL construits jusqu'ici. A. Underhill écrit, en conclusion d'une étude de 10 Lacertae :

"One further possibility remains for accounting for the discrepancies between observation and prediction, at least qualitatively, and that is that 10 Lacertae is composed of two stars, one about type 08, the other about B1, and that these stars show almost no relative radial velocity".

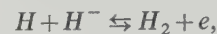
Il serait intéressant d'étudier l'influence de la remon-tée de température prédite par les modèles hors ETL

sur le spectre de raies des étoiles du type de 10 Lac ($T_{\text{eff}} = 34\,000^{\circ}\text{K}$) ($g = 10^4$).

Étude du Soleil.

Notre modèle encore très schématique nous a permis de retrouver les traits essentiels du modèle empirique BCA. Il serait intéressant de raffiner ce modèle en introduisant :

- la zone convective photosphérique,
- les raies de Fraunhofer,
- des valeurs plus précises du taux de la réaction



- les absorbants métalliques,

ce qui permettrait de déterminer dans quelles régions de la chromosphère d'autres phénomènes que le transfert du rayonnement doivent intervenir pour produire la distribution de température observée.

Par contre, l'étude des classifications spectrales continues des étoiles F, A et B peut se faire en négligeant les écarts à l'ETL. Pour cette étude, les plus importants problèmes à résoudre sont, actuellement, ceux de l'absorption ultraviolette par les métaux et de l'absorption sélective par les raies spectrales (blanketing).

REMERCIEMENTS

Je remercie ici M. Jean-Claude Pecker et M. Jacques Arsac, pour la part qu'ils ont prise à mon éducation en Astrophysique et en Informatique.

Je remercie également tous ceux qui m'ont aidé dans la préparation de ce travail et en particulier Yvette Cuny, et tous les membres des Services d'Astrophysique générale et de Calcul numérique de l'Observatoire de Meudon.

Manuscrit reçu le 16 mars 1968.

BIBLIOGRAPHIE

- AVRETT E. H., KROOK M., 1963, *Ap. J.*, **137**, 874.
 CAYREL R., 1966, *Cr. Acad. Sci. Paris*, série B, **262**, 740.
 CUNY Y., 1967, *Ann. Ast.*, **30**, 143.
 DALGARNO A., BROWNE J. C., 1967, *Ap. J.*, **149**, 231.
 DUMONT S., 1963, *J.Q.S.R.T.*, **3**, 125.
 FEAUTRIER P., 1964, *Cr. Acad. Sci. Paris*, **258**, 469.
 FEAUTRIER P., 1967, *Ann. Ast.*, **30**, 125.
 GINGERISCH O., Thesis, 1961, Harvard University.
 KALKOFEN W., 1964, Proceedings of the first Harvard Smithsonian Conference on Stellar Atmospheres, p. 175.
 KALKOFEN W., 1966, *Strom. se.*, *J.Q.S.R.T.*, **6**, 653.
 LECAR M., 1965, Proc. of the second Harvard Smithsonian Conference on stellar atmospheres, p. 217.
 LECAR M., Thesis, 1962, Yale University.
 LABS D., 1957, *Z.f. Ap.*, **44**, 37.
 MIHALAS D., 1966, *J.Q.S.R.T.*, **6**, 581.
 MIHALAS D., 1967, *Ap. J.*, **149**, 163.
 MIHALAS D., 1968, à paraître.
 MINNAERT M., 1953, *The photosphere in "The Solar System: I. The sun,"* G. Kuiper ed., University of Chicago Press, Chicago.
 SCHMELTEKOPF A. L., FEHSENFELD F. C., FERGUSON E. E. 1967, *Ap. J.*, **148**, L 155.
 STROM S. E., KALKOFEN W., 1966, *Ap. J.*, **144**, 76.
 THOMAS R., 1957, *Ap. J.*, **125**, 260.
 WACHPRESS E. L., 1960, *The numerical solution of Boundary value Problems, in Mathematical Methods for digital computers*, A. Ralston and H. S. Wilff ed., J. Wiley and Sons, New York.

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

PROCESSUS COLLISIONNELS HYDROGÈNE-ÉLECTRONS

Vu et approuvé :

Paris, le 22 février 1968

Le doyen de la Faculté des Sciences,

Marc ZAMANSKY

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean ROCHE

